

Konstrukce trojúhelníků podle vět

SSS, SUS, USU, Ssu (ssu):

Věty o sestrojitelnosti trojúhelníků:

- **Věta SSS:** Trojúhelník lze sestrojit podle věty SSS, jsou-li dány 3 jeho strany, pro které platí trojúhelníková nerovnost.
- **Věta SUS:** Trojúhelník lze sestrojit podle věty SUS, jsou-li dány 2 jeho strany a úhel jimi sevřený. Velikost zadaného úhlu je menší než 180° .
- **Věta USU:** Trojúhelník lze sestrojit podle věty USU, je-li dána 1 jeho strana a 2 úhly k ní přiléhající. Součet velikosti daných úhlů je menší než 180° .
- **Věta Ssu:** Trojúhelník lze sestrojit podle věty Ssu, jsou-li dány 2 jeho strany a úhel ležící proti delší z nich. Velikost zadaného úhlu je menší než 180° .

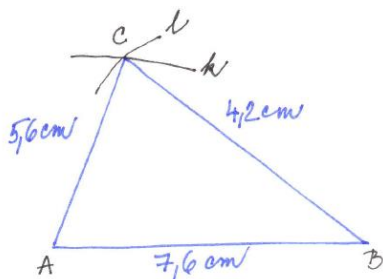
Poznámka: Pokud jsou v textu uvedeny dvě velká písmenka, např. KL, jedná se o úsečku KL. V případě přímky nebo polopřímky musí být uveden patřičný symbol!!!

Věta SSS: Dva trojúhelníky, které se shodují ve všech třech stranách, jsou shodné.

1. Narýsuj $\triangle ABC$, je-li dáno: $|AB| = c = 7,6$ cm, $|BC| = a = 4,2$ cm, $|AC| = b = 5,6$ cm.

Řešení:

a) rozbor:



Pro strany trojúhelníku musí platit trojúhelníková nerovnost: (!!! lze i „zkrácená verze“!!!)

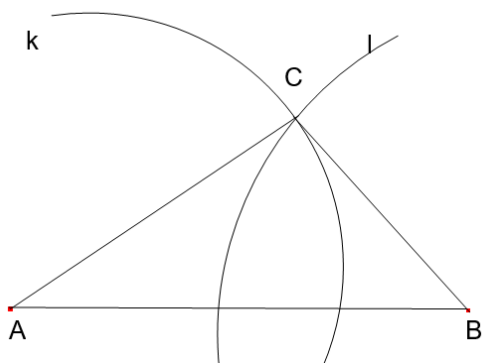
$$a + b = 9,8 \text{ cm} \quad a + b > c \quad c = 7,6 \text{ cm}$$

$$a + c = 11,8 \text{ cm} \quad a + c > b \quad b = 5,6 \text{ cm}$$

$$b + c = 13,2 \text{ cm} \quad b + c > a \quad a = 4,2 \text{ cm}$$

$\triangle ABC$ lze narýsovat.

b) konstrukce:



c) popis konstrukce:

1. AB ; $|AB| = c = 7,6$ cm

2. k ; $k(A; b=5,6\text{cm})$

3. l ; $l(B; a=4,2\text{cm})$

4. C ; $C \in k \cap l$

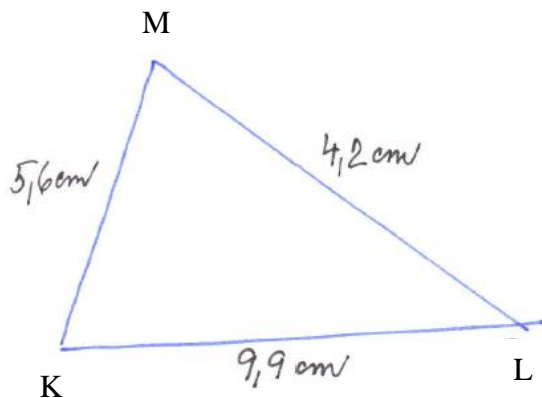
5. $\triangle ABC$

d) Ověření a diskuse:

2. Narýsuj $\triangle KLM$, je-li dáno: $|KL| = 9,9 \text{ cm}$, $|LM| = 4,2 \text{ cm}$, $|KM| = 5,6 \text{ cm}$.

Řešení:

a) rozbor:



Pro strany trojúhelníku musí platit trojúhelníková nerovnost:

$$a + b = 9,8 \text{ cm}$$

$$a + b > c$$

NEPLATÍ

$$a + c = 14,1 \text{ cm}$$

$$a + c > b$$

$$b + c = 15,5 \text{ cm}$$

$$b + c > a$$

Trojúhelník NELZE narýsovat.

3. Narýsuj trojúhelník ABC , je-li dáno: $c = |AB| = 3,2 \text{ cm}$, $a = |BC| = 4,6 \text{ cm}$, $b = |AC| = 3,9 \text{ m}$

4. Narýsuj trojúhelník KLM , je-li dáno: $m = |KL| = 7,5 \text{ cm}$, $k = |LM| = 6,1 \text{ cm}$,
 $l = |KM| = 2,5 \text{ cm}$.

5. Narýsuj trojúhelník KLM , je-li dáno: $m = |KL| = 5,5 \text{ cm}$, $k = |LM| = 6,1 \text{ cm}$,
 $l = |KM| = 3,5 \text{ cm}$.

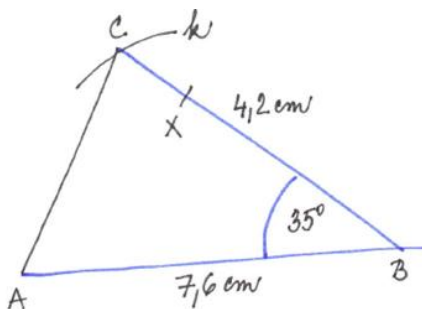
6. Narýsuj trojúhelník KLM , je-li dáno: $m = |KL| = 2,1 \text{ cm}$, $k = |LM| = 3,0 \text{ cm}$,
 $l = |KM| = 4,8 \text{ cm}$.

Věta SUS: Pokud se dva trojúhelníky shodují ve dvou stranách a úhlu jimi sevřeném, pak jsou shodné.

1. Narýsuj $\triangle ABC$, je-li dáno: $|AB| = c = 7,6 \text{ cm}$, $|BC| = a = 4,2 \text{ cm}$, $\beta = 35^\circ$

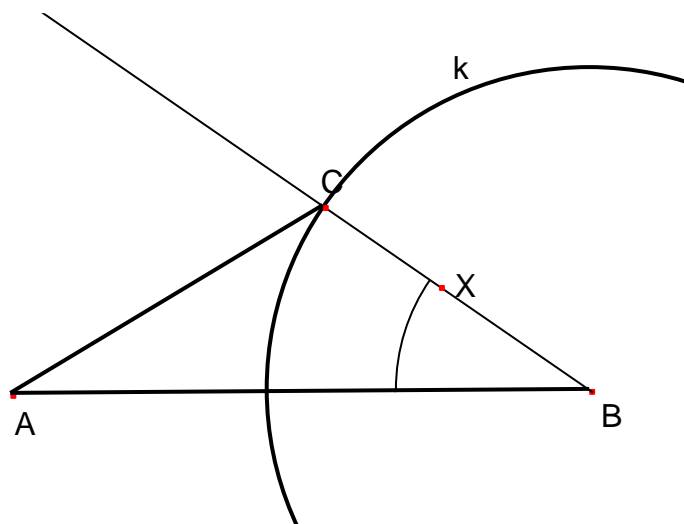
Řešení:

a) rozbor:



Vrchol C vznikne jako průsečík polopřímky BX a kružnice $k (B; 4,2 \text{ cm})$.

b) konstrukce:



postup:

1. AB ; $|AB| = c = 7,6$ cm
2. k ; $k(B; a=4,2$ cm)
3. $\angle ABX$; $|\angle ABX| = 35^\circ$
4. C ; $C \in k \cap \rightarrow AX$
5. $\triangle ABC$

c) Ověření a diskuse:

Polopřímka BX má s kružnicí k právě 1 společný bod, proto má úloha v polorovině právě 1 řešení, které vyhovuje zadání úlohy. (Je to podle věty sus.)

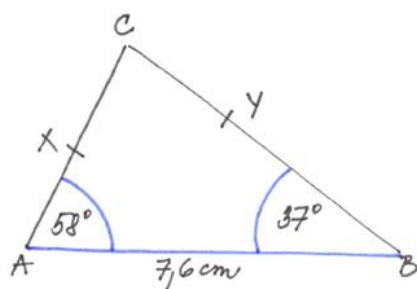
2. Narýsuj trojúhelník ABC , je-li dáno: $|AB| = c = 4,5$ cm, $|AC| = b = 4,2$ cm, $\alpha = 84^\circ$

3. Narýsuj trojúhelník ABC , je-li dáno: $|AC| = b = 5,3$ cm, $|BC| = a = 4,1$ cm, $\gamma = 111^\circ$

Věta USU: Pokud se dva trojúhelníky shodují v jedné straně a v obou úhlech k této straně přilehlých, pak jsou shodné.

1. Narýsuj $\triangle ABC$, je-li dáno: $|AB| = c = 7,6$ cm, $\beta = 37^\circ$, $\alpha = 58^\circ$.

a) rozbor:

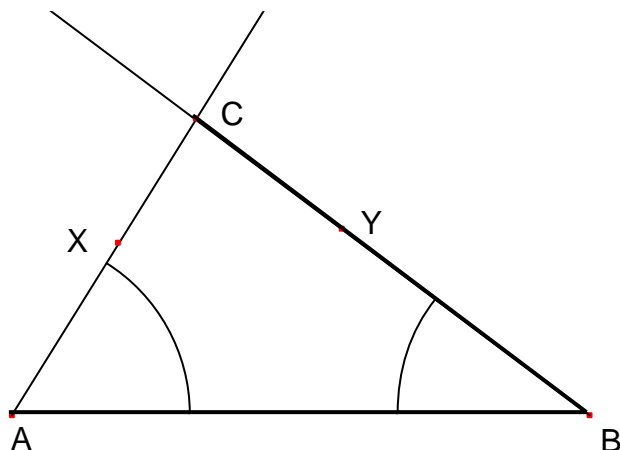


Vrchol C nalezneme v průsečíku $\rightarrow AX$ a $\rightarrow BY$.
Pro velikosti úhlů musí platit, že velikost součtu dvou úhlů je menší než 180° .

$$\alpha + \beta = 95^\circ \quad \alpha + \beta < 180^\circ$$

Trojúhelník lze narýsovat.

b) konstrukce:



postup:

1. $AB; |AB| = 7,6 \text{ cm}$
2. $\sphericalangle BAX; |\sphericalangle BAX| = 58^\circ$
3. $\sphericalangle ABY; |\sphericalangle ABY| = 37^\circ$
4. $C; C \in \rightarrow AX \cap \rightarrow BY$
5. $\triangle ABC$

c) Ověření a diskuse:

Polopřímky se protínají právě v jednom bodě. Proto má úloha právě jedno řešení, které vyhovuje zadání úlohy. (Je to podle věty usu).

2. Narýsuj trojúhelník ABC , je-li dáno: $|AB| = 8,4 \text{ cm}$, $\beta = 112^\circ$, $\alpha = 15^\circ$

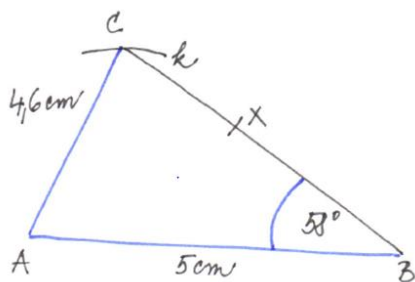
A něco navíc ☺

Věta Ssu: Pokud se dva trojúhelníky shodují ve dvou stranách a úhlu naproti delší straně, pak jsou shodné.

1. Sestroj trojúhelník ABC , je-li $|AB| = 5 \text{ cm}$, $|AC| = 4,6 \text{ cm}$, $\beta = 58^\circ$.

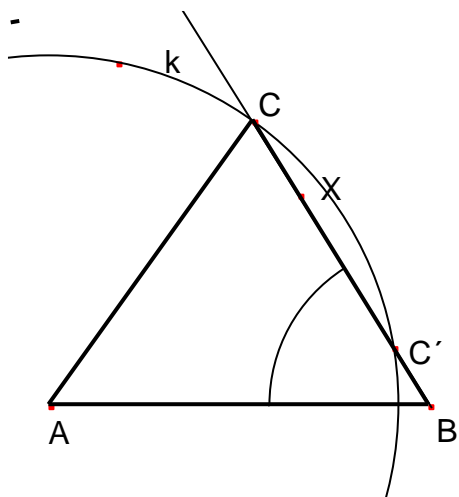
Řešení:

a) rozbor:



Vrchol C leží na průsečíku polopřímky BX a kružnice k , $k(A; b=4,6\text{cm})$

b) konstrukce:



postup:

1. AB ; $|AB| = 5 \text{ cm}$
2. $\sphericalangle ABX$; $|\sphericalangle ABX| = 58^\circ$
3. k ; $k(A, 4, 6 \text{ cm})$
4. C ; $C \in k \cap \rightarrow BX$
5. trojúhelník ABC

c) Ověření a diskuse:

Polopřímka BX má s kružnicí k právě 2 společné body, proto má úloha v polorovině právě 2 řešení: $\triangle ABC, \triangle ABC'$. Oba trojúhelníky vyhovují zadání úlohy. (Je to podle věty ssu.)