***Úrok, Složený úrok, Postupné úročení***

***Úrok***

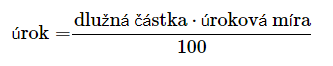
Úrok je odměna za to, že jste někomu něco půjčili. Teoreticky může být úrokem cokoliv, v praxi se pak bavíme o penězích. Velikost úroku specifikuje úroková sazba spolu s časovým intervalem a počítá se ze z peněz, které jste půjčili.

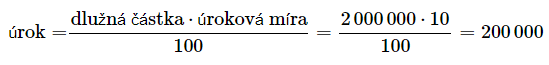
***Co je to úrok***

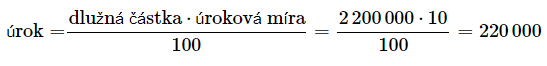
Představte si, že váš bohatý strýček Vik vám půjčí dva miliony korun. Tyto dva miliony můžete využít jak chcete, ale do roku musíte strýčkovi Vikovi vrátit 2 200 000 Kč, tj. o 10 % více. Pokud to nestihnete do jednoho roku, bude se každý další rok dlužná částka zvyšovat o dalších 10 %. Na tomto jednoduchém případě si ilustrujeme základní pojmy:

* Strýček vik se nazývá ***věřitel***. Věřitel půjčuje peníze a věří, že je dostane zpátky.
* Vy jste se stal ***dlužníkem***. Dlužíte peníze strýčkovi Vikovi a doufáte, že je dokážete včas splatit.
* ***Dlužná částka*** (nebo též ***jistina***) je hodnota peněz, které věřitel půjčil dlužníkovi. Dlužná částka se může v průběhu času snižovat i zvyšovat. V příběhu o strýčkovi Vikovi jsou to ty dva miliony.
* ***Úrok*** je částka, kterou dostane strýček Vik navíc. Pokud stihnete peníze do jednoho roku, úrok bude 200 000 korun.
* ***Úroková míra*** (nebo též úroková sazba) je obvykle ***procentuální*** vyjádření toho, jak moc v průběhu času narůstá dlužná částka. Strýček Vik stanovil desetiprocentní úrokovou míru.
* ***Časový úsek*** nám rozhoduje, jak často se bude zvyšovat úrok. Často to bývá rok, ale může být i nižší, například měsíc nebo čtvrt roku. Strýček Vik byl celkem hodný a časový úsek nastavil na jeden rok.

***Jak vypočítat úrok***

Nejčastěji asi budete chtít spočítat velikost úroku a porovnat, která půjčka (nebo naopak spoření) je pro vás nejlepší. Co k tomu budete potřebovat? Musíte znát: dlužnou částku, úrokovou míru a časový úsek, za který se přepočítává úrok. Nejprve si spočítáme, jaký bude úrok po jednom časovém úseku (pokud to je rok, tak po roce):

Úrokovou míru zapisujeme v procentech. Tímto zjistíme, jaký je úrok po jednom roce, po jednom přepočtu. Spočítáme si to u strýčka Vika. Dlužná částka jsou dva miliony, úroková míra je 10 %.

Tento úrok se obvykle přičte k dlužné částce a za rok, při příštím přepočtu, bude úrok o to vyšší. Po roce tak dlužíte dva miliony a dvě stě tisíc k tomu (2 200 000). Problémem je, že pokud nebudete nic splácat, další rok se bude počítat dluh z této částky, nikoli z původní částky dva miliony. Za dva roky tak budete mít úrok:

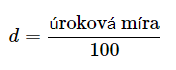
Zvýšila se tak dlužná částka, ale i úrok. Po dvou letech už strýčkovi Vikovi dlužíte 2 200 000 + 220 000 = 2 420 000 korun. Další úrok se bude opět počítat z této nové, vyšší částky a úrok bude zase o něco vyšší. Tím se dostáváme k pojmu složený úrok, což představuje částku, kterou zaplatíte navíc po několika zúročeních, tedy po několika letech, kdy se vám každoročně započítával další úrok.

Zdroj: <https://matematika.cz/uroky>

***Složený úrok***

[Úrok](https://matematika.cz/uroky) skládáme ve chvíli, kdy jej máme aplikovat vícekrát. Pokud tak máme dluh, který se úročí jednou ročně, a dlužíme pět let, bude dluh úročen pětkrát – mluvíme pak o složeném úroku.

Pokud se dlužná částka úročí několikrát, hovoří se o složeném úroku. V předchozím vzorci jsme používali procenta, v následujícím už bude jednodušší převézt procenta na obyčejné desetinné číslo. To provedeme jednoduše, vydělíme procenta stovkou. Pokud jsme měli úrok 50 %, dostanete hodnotu 0,5, tedy jednu polovinu. Pokud byl úrok 7 %, dostanete číslo 0,07. Toto desetinné číslo budu značit písmenem „d“. Vzorec by mohl vypadat takto:



Pokud tímto číslem [vynásobíme](https://matematika.cz/nasobeni-na-papire) dlužnou částku, získáme přímo úrok. Předpokládejme, že nám strýček Vik půjčil dva miliony korun s ročním úrokem 10 %. V desetinném čísle 0,1. Po jednom roku tak máme úrok 2 000 000 · 0, 1 = 200 000. Tedy zaplatíme o 200 000 více, než jsme si půjčili. Jaký úrok bude v dalším roce? Musíme vzít původní částku, přičíst první úrok a opět vynásobit 0,1:



O další rok později už bychom na úrocích zaplatili 220 000, tedy více než v prvním roce.

Pokud chceme získat přímo dlužnou částku, ne jen úrok, stačí k úrokové míře ve formě desetinného čísla přičíst jedničku a vynásobit s tímto výrazem dlužnou částku:



Po prvním roce bychom tak dlužili 2 200 000. Pokud chceme spočítat dlužnou částku po třech letech, vynásobíme to 1,1 několikrát za sebou:



Z toho už se nám pomalu rýsuje vzorec, protože u násobení nezáleží na pořadí, ani na závorkách, takže výraz můžeme přepsat takto:



A to už jen přepíšeme pomocí [mocnin](https://matematika.cz/mocniny):



Z tohoto už můžeme hladce odvodit obecný vzorec.

***Finální vzorec se složeným úrokem***

Následuje vzorec celého složeného úroku, dále ho vysvětlím:

Písmeno „j“ představuje ***jistinu***, tedy dlužnou částku. Dolní index pak udává, kolik zúročení už má za sebou. Symbol *j*0 tak značí částku, která ještě neprošla žádným zúročením – je to částka, kterou jsme na začátku dostali (dva miliony od strýčka Vika). Písmeno „t“ označuje počet zúročení, které chceme počítat. Pokud chceme počítat na deset let dopředu, bude platit *t* = 10. Symbol *jt* pak značí výsledný úrok, který zaplatíme po *t* zúročeních. Písmeno „d“ značí úrokovou míru v desetinném zápise (viz výše).

Zkusíme si spočítat, jaký úrok bychom zaplatili, pokud celou částku vrátili strýčkovi Vikovi až za 15 let:



Upozorňuji, že toto není přímo úrok, ale výsledná dlužná částka. Pokud bychom chtěli pouze úrok, museli bychom odečíst původní dlužnou částku, tedy ještě minus dva miliony: 6 354 496 Kč.

***Příklad***

Pavel si chtěl koupit nové auto, samozřejmě na něj neměl, takže si půjčil půl milionu, 500 000 Kč. Úroková míra byla 8 % a úročilo se vždy každý rok. Pavel hodně rozhazoval, takže za první rok splatil pouze dvacet tisíc, 20 000 Kč. Dlužná částka se snížila na 480 000. Jenže na přelomu roku se úročilo a dopadlo to tak, že úrok se vypočítal na 480 000 · 0, 08 = 38 400 Kč. Na Nový rok tak už Pavel dlužil 480 000 + 38 400 = 518 400. To je více než na začátku.

Pavla to nijak neznepokojilo a znovu splatil pouze 20 000 Kč. Dlužil tak 498 400 Kč. Po zúročení to naskočilo na 538 272 Kč. Dlužná částka byla vyšší než loni i než předloni. Pavlovi to nedošlo a i nadále splácel pouze 20 000 Kč ročně. Splácel to do konce života a stejně umřel s mnohamilionovým dluhem. Takhle radši ne.

Zdroj: <https://matematika.cz/slozeny-urok>

***Postupné úročení***

V praxi se často stává, že banky uvádí roční úrokovou míru, kterou ale aplikují po měsících. Jak si spočítat, jaká je měsíční úroková míra?

Earth banka se chlubí tím, že má jeden z nejlepších spořicích účtů s očním [úrokem](https://matematika.cz/uroky)

2 %. Přestože uvádí roční úrokovou míru, úroky připisuje každý měsíc, tedy za rok úrok připíše celkem 12krát. Jak vysoká je měsíční úroková míra? Tedy kolik peněz se nám připíše každý měsíc?

Vzorec můžeme odvodit z vzorce pro [složený úrok](https://matematika.cz/slozeny-urok). Jako první si ale spočítáme, kolik peněz budeme mít na účtě právě za jeden rok. Dejme tomu, že jsme na účet vložili 100 000 Kč. Pak za rok budeme mít +2 %, což dělá



Za rok budeme mít na účtě 102 000, získali jsme dva tisíce. Z [vzorce pro složený úrok](https://matematika.cz/slozeny-urok) víme, že musí platit



kde *j*0 je počáteční vklad, *d* je úroková míra a *t* označuje, kolikrát jsme danou částku úročili. V tomto vzorci je neznámá právě písmeno *d* – my známe jen roční úrokovou sazbu, ale hledáme měsíční. Úročili jsme celkem 12krát, takže *t*= 12. Přitom víme, že *jt* je rovno 102 000, po roce jsme naspořili 102 000 korun, to už jsme si spočítali z roční úrokové míry. Získáme tak rovnici:



Vidíme, že hodnota (1 + *d*)12 se musí rovnat hodnotě 1,02. Spočítáme-li dvanáctou odmocninu z hodnoty 1,02, získáme právě hodnotu 1 + *d*. Dvanáctá odmocnina má přibližně hodnotu 1,0016515813. Pokud každý měsíc budeme částku úročit mírou 0.0016515813, získáme celkově [složený úrok](https://matematika.cz/slozeny-urok) 0,02 s výslednou částkou 102 000 korun.

Zdroj: <https://matematika.cz/postupne-uroceni>