***Trojčlenka***

Převzato z <https://matematika.cz/trojclenka> .

Trojčlenka se používá při jednoduchých výpočtech přímé a nepřímé úměry. Většinou známe tři na sobě závislé údaje a máme vypočítat čtvrtý. V trojčlence musíme přímou a nepřímou úměru pečlivě rozlišit, má totiž rozdílné výpočty.

***Motivace***

Jdete do obchodu koupit zásoby limonády. Za 100 korun jste koupili 5 láhví limonády. Kolik limonád byste koupili, kdybyste měli 200 korun? To je typický příklad, který lze řešit trojčlenkou.

V tuto chvíli můžeme provést jednoduchou úvahu – v prvním případě jsme měli k dispozici 100 korun, ve druhém 200 korun. Lze tak očekávat, že pokud máme k dispozici **dvakrát více** korun, tak za ně koupíme **dvakrát více** lahví. Za 200 korun bychom tak nakoupili 2 · 5 = 10 limonád.

Předchozí postup „čím více… tím více“ není úplně samozřejmý, protože můžeme mít následující příklad: 10 zedníků postaví dům za čtyři měsíce. Za jak dlouho postaví dům 20 zedníků? Když použijeme předchozí postup – zedníků je dvakrát více, takže měsíců bude dvakrát více – dostaneme, že 20 zedníků by dům postavilo za 2 · 4 = 8 měsíců.

Tento postup samozřejmě není správný, protože **čím více** zedníků, **tím méně** měsíců jim bude trvat postavit dům. Musíme tak postupovat obráceně: **dvakrát více** zedníků postaví dům za **dvakrát méně** měsíců. Dostaneme tak správný výsledek: 20 zedníků postaví dům za 4/2 = 2 měsíce.

Předchozí dva různé postupy mají i svá jména: přímá a nepřímá úměra.

***Přímá úměra***

Pokud platí, že „čím více… tím více“, jedná se o přímou úměru. Příklady:

* Čím více máme peněz, tím více limonád/okurek/koloběžek si můžeme koupit.
* Čím více článků novinář napíše, tím více peněz si vydělá.
* Čím více kopáčů bude kopat, tím více toho vykopají.
* Čím déle necháme čerpadlo čerpat, tím více vody vyčerpáme.

***Příklad:*** Auto spotřebuje 6 litrů benzínu na 100 kilometrů. Kolik litrů benzínu spotřebuje po ujetí 250 kilometrech? Toto je příklad na přímou úměru, protože platí, že čím více auto ujede, tím více benzínu spotřebuje.

Postup: Jako první si zapíšeme, co známe. Využijeme k tomu následující tabulku, která nám zpřehlední, co známe a co chceme vypočítat:

100 km……….……….6 litrů

250 km……….……….*x* litrů

V prvním řádku máme zapsané údaje, které zcela známe. Ve druhém řádku máme na pravé straně údaj, který neznáme a na levé straně údaj, pro který chceme neznámou vypočítat. Ve sloupcích musí vždy být stejné údaje, v tomto případě ve sloupci musí být buď vždy kilometry, nebo vždy litry.

Existuje pomůcka, která vám pomůže tento příklad vypočítat. Jako první nakreslete napravo šipku zdola nahoru, takto:

100 km……….……….6 litrů

250 km……….……….*x* litrů↑

Pokud se jedná o přímou úměru, pak nalevo nakreslíme stejnou šipku, zdola nahoru:

100 km……….……….6 litrů

↑250 km……….……….*x* litrů↑

V dalším kroku sestavíme [zlomky](https://matematika.cz/zlomky) ze sloupců ve směru šipek. Čitatel tak odpovídá číslu, kde šipka začíná a jmenovatel číslu, kde šipka končí. Tyto zlomky dáme do rovnosti. Z prvního sloupce (kilometry) tak získáme zlomek 250/100 a z druhého (litry) zlomek *x/*6. Zapsáno do rovnice:

Toto je obyčejná [lineární rovnice](https://matematika.cz/linearni-rovnice), kterou můžeme řešit [ekvivalentními úpravami](https://matematika.cz/upravy-rovnic). Celou rovnici vynásobíme šesti, čímž se zbavíme zlomku na pravé straně:

6⋅250/100=*x*

Teď už jen dopočítáme x:

*x*=6⋅250/100=6⋅5/2=30/2=15

Výsledkem je, že auto po ujetí 250 kilometrech spotřebuje 15 litrů benzínu.

***Nepřímá úměra***

Pokud platí, že „čím více … tím méně“, jedná se o nepřímou úměru. Příklad:

* Čím více stránek knihy přečteme, tím méně nám jich zbývá do konce.
* Čím rychlejší máme internet, tím dříve stáhneme film.
* Čím rychleji pojedeme, tím dříve se dostaneme do cíle.
* Čím více pracovníků pracuje na domu, tím dříve bude dům postavený.

***Příklad:*** Na svém počítači máte internet o rychlosti 2 MB za sekundu a záznam koncertu Dády Patrasové jste si stáhli za 450 sekund. Za jak dlouho byste stáhli stejný koncert, pokud byste měli internet o rychlosti 6 MB za sekundu?

Postup bude stejný jako u přímé úměry – zapíšeme si údaje do přehledné tabulky:

2 MB/s……….……….450 sekund

6 MB/s……….……….*x* sekund

Nyní šipky. Pravá šipka bude opět zdola nahoru, tady se nic nemění. Ale protože se jedná o nepřímou úměru, půjde levá šipka opačným směrem, shora dolů.

2 MB/s……….……….450 sekund

↓6 MB/s……….……….*x* sekund↑

Další postup už je stejný – vytvoříme z této tabulky zlomky, opět po směru šipek. Dostaneme tak zlomky 2/6 a *x/*450, které dáme do rovnosti:



Rovnici vynásobíme 450: 450⋅2/6=*x*

A dopočítáme x: *x*=450⋅2/6=450⋅1/3=450/3=150

Dádu Patrasovou stáhneme s rychlejším připojením za 150 sekund.

Všimněte si, že postup je v souladu s intuicí. V posledním kroku dělíme 450 třemi, což je očekávatelné. Zvýšení rychlosti z 2 MB/s na 6 MB/s je trojnásobné, máme třikrát větší rychlost. Proto bychom očekávali, že doba, za kterou stáhneme film, bude třikrát menší →

a přesně to vyjadřuje zlomek 450/3.

***Příklady***

**První příklad:** Pokoj v jednom luxusním hotelu stojí na sedm nocí deset tisíc pět set korun. Kolik nás bude stát stejný pokoj, pokud bychom tam chtěli jet na dvanáct dní?

Jako první si údaje zapíšeme do tabulky:

7 dni……….……….10500 korun

12 dni……….……….*x* korun

Nyní se musíme rozhodnout, jestli se jedná o přímou nebo nepřímou úměru. Platí, že čím déle tam budeme pobývat, tím méně zaplatíme? Neplatí, platí opak – čím déle tam budeme, tím více zaplatíme. Jedná se tak o přímou úměru. Doplníme šipky:

7 dní……….……….10500 korun

↑12 dní……….……….*x* korun↑

Pomocí šipek sestavíme zlomky:

Dopočítáme rovnici:

x=10500⋅12/7=18000

Pokoj by nás na 12 dní stál 18 000 korun.

**Druhý příklad:** 10 brigádníků sbírá jahody a za den posbírá 50 kilo jahod. Kolik kilogramů jahod posbírá za den 7 brigádníků?

Zapíšeme si údaje do tabulky:

10 brig……….……….50 kg

7 brig……….……….*x* kg

Jedná se o přímou, nebo nepřímou úměru? V tomto příkladě nastává jistá zrada, protože na rozdíl od předchozích příkladů, v řádku s neznámou máme menší počet brigádníků než v prvním řádku. Tím se nenechte zmást, stále se jedná o přímou úměru, protože platí, že čím více brigádníků, tím více posbíraných jahod. Nebo naopak – čím méně brigádníků, tím méně jahod. To je také přímá úměra. Takže obě šipky budou zdola nahoru.

10 brig……….……….50 kg

↑7 brig……….……….*x* kg↑

Vytvoříme zlomky:

a dopočítáme x: *x=*50⋅7/10=5⋅7=35

Sedm brigádníků za den nasbírá 35 kilo jahod.

**Třetí příklad:** Průměrná délka kroku Jiříka je 80 cm. Cestou ze školy domů napočítal, že udělal 1300 kroků. Kolik kroků by udělal, kdyby jeden měřil rovný metr?

Nejprve tabulka. Pozor na to, že v zadání máme 80 cm a jeden metr. V tabulce ale potřebujeme mít údaje o stejné jednotce, takže místo jednoho metru použijeme 100 cm – mohli bychom zvolit i opačný postup a napsat 1 metr a 0,8 metru.

80 cm……….……….1300 kroků

100 cm……….……….*x* kroků

A která je to úměra? Platí, že čím delší máme krok, tím méně kroků na překonání určité vzdálenosti potřebujeme, jedná se tak o nepřímou úměru. Levá šipka bude shora dolů, pravé šipka zdola nahoru.

80 cm……….……….1300 kroků

↓100 cm……….……….*x*  kroků↑

Zlomky budou vypadat takto:

Osamostatníme a vypočítáme x:

*x=*1300⋅80/100=13⋅80=1040

Jiřík by na stejnou vzdálenost potřeboval jen 1040 kroků.

***Vzorce***

Jak je z předchozích výpočtů vidět, postupy jsou vždy stejné a vedou k jednoduchým vzorcům. Nejprve si tabulku napíšeme symbolicky:

*a*……….……….*b*

*c*……….……….*x*

Pak platí tyto vzorce. Pro přímou úměru:

*x*=*b*⋅*c/a*

A pro nepřímou úměru:

*x*=*b*⋅*a/c*

﻿