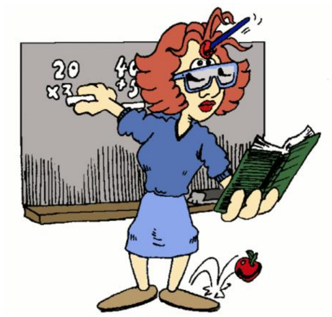
Přehled učiva matematiky 7. ročník ZŠ

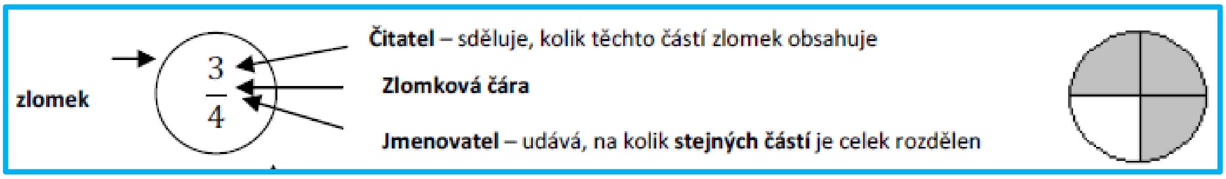


I. ARITMETIKA

1. Zlomky a racionální čísla

Jestliže rozdělíme něco (= celek) na několik stejných dílů, nazývá se každá část celku zlomkem. Příklad: Zlomek „tři čtvrtiny = tři lomeno čtyřmi“:

*(*** V textu je občas zapisován zlomek i ve tvaru a/b.***)*



- Každý zlomek je naznačené dělení. To znamená, že $\frac{a}{b} = a : b$. Proto ve jmenovateli zlomku *nikdy nemůže být „0“!!!*.Takový zlomek nemá smysl.
- Hodnota zlomku:
  - Každé přirozené číslo můžeme zapsat jako zlomek se jmenovatelem 1. (5/1; 8/1; 65/1)
  - Hodnota zlomku je rovna jedné (1 celek), jestliže se čitatel rovná jmenovateli (3/3; 5/5; 26/26)
  - Zlomek, jehož čitatel je roven 0, je roven 0 (hodnota zlomku je rovna 0) – 0/5=0; 0/17=0.
  - Hodnota zlomku je větší než 1 (jeden celek), je-li čitatel větší než jmenovatel.

Rozšiřování zlomků

- Rozšířit zlomek znamená vynásobit čitatele i jmenovatele stejným číslem (různým od nuly). Tedy $\frac{a}{b} = \frac{n\,.\,a}{n\,.\,b}$, kde n je libovolné číslo různé od nuly.
- Hodnota zlomku se při rozšiřování nemění.

  Příklad: Zlomek 4/5 rozšiřujeme 3 → $\frac{4}{5} = \frac{3\,.4}{3\,.5} = \frac{12}{15}$

Krácení zlomků

- Zlomek zkrátíme, když čitatele i jmenovatele vydělíme beze zbytku číslem různým od nuly. Tedy $\frac{a}{b} = \frac{a:n}{b:n}$, kde n je libovolné číslo různé od nuly (podíly v čitateli i jmenovateli musí být beze zbytku).
- Hodnota zlomku se při rozšiřování nemění.

  Příklad: Zlomek 9/15 zkrať třemi → $\frac{9}{15} = \frac{9:3}{15:3} = \frac{3}{5}$

Základní tvar zlomku

- Zlomek je v základním tvaru, jestliže čitatel i jmenovatel jsou čísla navzájem nesoudělná (nemají žádného společného dělitele mimo 1)
- Při převádění na základní tvar vlastně hledáme největšího společného dělitele čitatele a jmenovatele, kterým zlomek zkrátíme.

  Příklad: Převeď zlomek 16/24 na základní tvar → $\frac{16}{24} = \frac{16:8}{24:8} = \frac{2}{3}$

Zlomek jako desetinné číslo

- $\frac{1}{2} = 0{,}5$ → zlomek je naznačené dělení, zlomková čára je vlastně :

  Příklad: $\frac{7}{3} = 7 : 3 = 2{,}5$

Desetinný zlomek

- Jsou to zlomky, které mají ve jmenovateli čísla 10; 100; 1000; …..

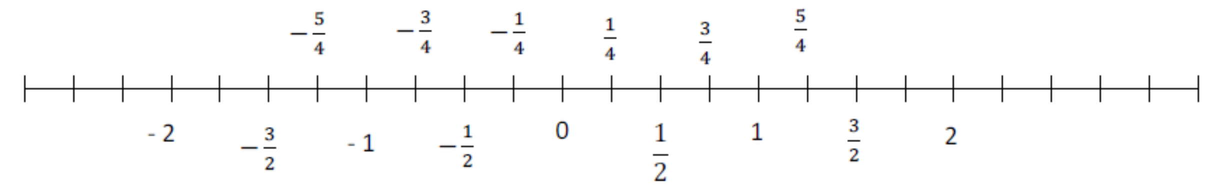
  Příklad: $\frac{7}{10} = 0{,}7$; $\frac{35}{100} = 0{,}35$

Periodická čísla

- Všechny zlomky nelze zapsat ve tvaru desetinného zlomku. Některé mají po dělení nekonečný desetinný rozvoj. V jejich zápise se čísla opakují.

  Příklad: $\frac{1}{6} = 0{,}16666 = 0{,}16\overline{6}$; $\frac{9}{11} = 0{,}818181 = 0{,}\overline{81}$

Porovnávání zlomků



Porovnávání zlomků se stejnými jmenovateli

- U kladných zlomků je větší ten, který má většího čitatele

  Příklad: $\frac{3}{5} < \frac{4}{5}$
- Máme-li kladný a záporný zlomek, větší je vždy ten kladný

  Příklad: $\frac{3}{10} > -\frac{9}{10}$
- U záporných zlomků je větší ten, který má menší absolutní hodnotu v čitateli

  Příklad: $-\frac{7}{9} < -\frac{4}{9}$

Porovnávání zlomků s různými jmenovateli

- V tomto případě použijeme znalostí s krácením a rozšiřováním zlomků a převedeme zlomky na zlomky se stejným jmenovatelem. Pak pokračujeme jako v předchozím bodě ☺.

  Příklad: $\frac{5}{6}$ *a* $\frac{3}{4}$ *převedeme na* $\frac{10}{12}$ *a* $\frac{9}{12}$*, pak platí* $\frac{10}{12} > \frac{9}{12}$ → tedy $\frac{5}{6} > \frac{3}{4}$

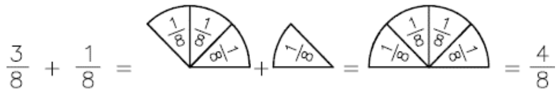
Smíšená čísla

- Zlomky, jejichž hodnota je větší než jedna (čitatel je větší než jmenovatel) lze převést na smíšené číslo, tj. do tvaru „počet celků“ a „zbytek“ → $3\frac{2}{5}$ („tři a dvě pětiny“).

  Příklad: $\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$ neboli $\frac{5}{3} = 5 : 3 = 1\ (zb.2) = 1\frac{2}{3}$

  $2\frac{3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ neboli $2\frac{3}{4} = 2.4 + 3 = \frac{11}{4}$

Sčítání a odčítání zlomků

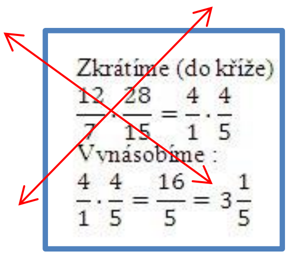


Při sčítání a odčítání zlomků se vždy snažíme výsledek převádět do základního stavu, popřípadě na číslo smíšené !!!

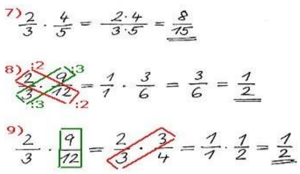
- Sčítání a odčítání zlomků se stejnými jmenovateli
  Sečteme (odečteme) čitatele a jmenovatel opíšeme.
  Příklad: $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5}{7}$ $\quad \frac{8}{9}-\frac{5}{9}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ $\quad \frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}=1\frac{2}{5}$
- Sčítání a odčítání zlomků s různými jmenovateli
  Zlomky podobně jako u porovnávání převedeme na zlomky se společným jmenovatelem a pak postupujeme jako v předchozím bodě ☺.
  Příklad: $\frac{7}{9}+\frac{5}{6}=\frac{14}{18}+\frac{15}{18}=\frac{29}{18}=1\frac{11}{18}$
  Poznámka: Při hledání nejmenšího společného jmenovatele hledáme vlastně nejmenší společný násobek obou dělitelů. Pokud se nedaří, lze jmenovatele prostě mezi sebou vynásobit! Nevýhodou je ale často počítání s velkými čísly.
  $$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a.d}{b.d}+\frac{c.b}{b.d}=\frac{a.d+c.b}{b.d}\quad \text{(b,d} \neq 0)$$
  $$\frac{7}{12}+\frac{5}{8}=\frac{7.8}{12.8}+\frac{12.5}{12.8}=\frac{56+60}{96}\ldots a\ dál\ upravuj\ :)$$
  Podobně postupujeme i při odčítání nebo při výpočtech s více zlomky.

Násobení zlomků

- Násobení zlomku přirozeným číslem
  Zlomek násobíme přirozeným číslem tak, že číslem vynásobíme čitatele a jmenovatel opíšeme. Výsledek nezapomeneme uvést do základního tvaru popřípadě smíšeného čísla. $\quad \frac{a}{b}.n=\frac{a.n}{b}\quad (b\neq 0)$
  Příklad: $\frac{6}{7}.5=\frac{30}{7}=4\frac{2}{7}$
- Násobení zlomku zlomkem
  Zlomek násobíme zlomkem tak, že vynásobíme (= součin) mezi sebou čitatele a lomíme součinem jmenovatelů. $\frac{a}{b}.\frac{c}{d}=\frac{a.c}{b.d}\quad (b,c\neq 0)$
  Příklad: $\frac{3}{4}.\frac{8}{5}=\frac{24}{20}=\cdots=1\frac{1}{5}$
  Poznámka: Před násobením je dobré zkontrolovat, zda nelze zadané zlomky před výpočtem zkrátit. Dále je možné využít takzvané „křížové" pravidlo – možnost krátit zlomky křížem ještě před násobením (vyhneme se počítání s velkými čísly).



  Pro názornost další příklady:



Dělení zlomků

- Převrácený zlomek
  K zadanému zlomku vytvoříme zlomek převrácený tak, že „prohodíme" čitatele se jmenovatelem: $\quad \frac{a}{b}\leftrightarrow\frac{b}{a}\quad (a,b\neq 0)$
  Příklad: $\quad \frac{5}{9}\leftrightarrow\frac{9}{5}$
- Dělení zlomků
  Zlomek vydělíme zlomkem tak, že jej vynásobíme zlomkem převráceným:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} \quad (b, c, d \neq 0)$$

Příklad: $\frac{2}{9} : \frac{4}{3} = \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{4} = \cdots = \frac{1}{6}$ $\qquad$ $\frac{2}{5} : 4 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \cdots = \frac{1}{10}$

Složené zlomky

Pod pojmem složený zlomek si můžeme představit zlomek, v jehož čitateli i jmenovateli může být jakýkoliv smysluplný matematický výraz.

$$\boxed{\frac{\frac{4}{5} - 1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{10} - \frac{1}{5}} - \frac{\frac{3}{7} \cdot \left(3 - \frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{3} - 2} =}$$

Zlomková čára je naznačené dělení (pokud se v čitateli nebo jmenovateli vyskytnou součty, součiny, rozdíly, …, zlomky, provedeme nejprve všechny početní operace a až poté, kdy je v čitateli a jmenovateli jednoduchý zlomek, provedeme jeho odstranění.

Jak ??? → $\frac{\frac{5}{7}}{\frac{3}{4}} = \frac{5}{7} : \frac{3}{4} = \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{3} = \frac{20}{21}$

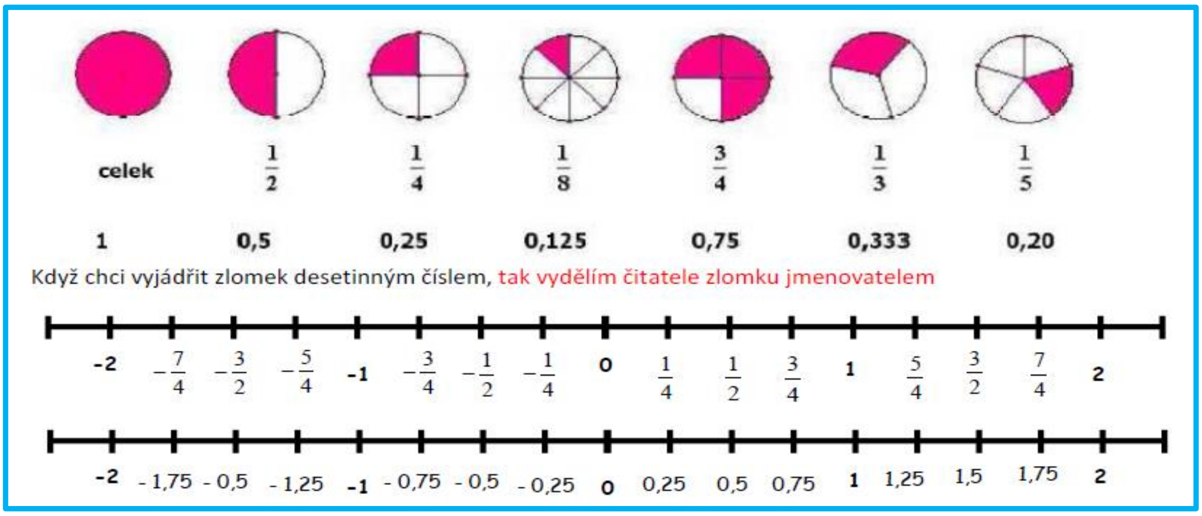
11) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} = \frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$

12) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} = \frac{7 \cdot 2}{3 \cdot 5} = \frac{14}{15}$

Nebo trochu jinak ????? → $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

Příklad: $\frac{\frac{4}{21} + \frac{3}{7}}{\frac{4}{7} - \frac{5}{14}} = \frac{\frac{4+6}{21}}{\frac{8-5}{14}} = \frac{\frac{10}{21}}{\frac{3}{14}} = \frac{10}{21} : \frac{3}{14} = \frac{10}{21} \cdot \frac{14}{3} = \frac{140}{63} = \frac{10}{9}$

Desetinná čísla a zlomky – číselná osa

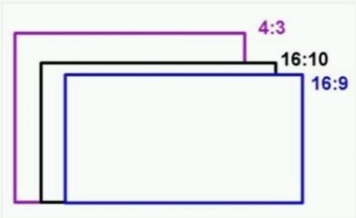


2. Poměr

Pod pojmem POMĚR si můžeme vlastně představit porovnání dvou nějakých hodnot.

- Zápis poměru ***a : b***
- Oba členové poměru jsou kladná čísla
- Při stanovení poměru musí být obě hodnoty ve stejných jednotkách
- Porovnáváme délky, hmotnosti, počty čehokoli (lidí, gólů, stromů, aut, peněz, …)

Příklad: Na parkovišti je 8 osobních a 5 nákladních aut. → poměr osobních a nákladních aut na parkovišti je 8 : 5.



- Převrácený poměr
  Poměr **a : b** → převrácený poměr **b : a**
  Příklad: 3 :5 → 5 :3 1,5 : 7 → 7 : 1,5
- Rovnost poměrů
  Dva poměry se sobě rovnají, mají-li stejnou hodnotu (po vydělení nám vyjde stejné číslo)
  Příklad: 3 : 9 ; 1 : 3 ; 4 : 12; 18 :54 (→ vždy vyjde 1/3 = 0,33)
- Rozšiřování a krácení poměrů
  Poměr rozšíříme tak, že obě čísla poměru vynásobíme libovolným kladným číslem.
  Poměr zkrátíme tak, že obě čísla poměru vydělíme libovolným kladným číslem.
  Příklady: 6 : 5 = (6.3) : (5.3) = 18 : 15
  12 : 15 = (12:3) : (15:3) = 4 :5
- Poměr je v základním tvaru, jestliže všechny členy poměru jsou přirozená čísla, navzájem nesoudělná (kromě jedničky nemají žádného společného dělitele)
  Příklad: 3 : 4 17 : 31 7 : 9 5 : 3

Počítání s poměry

- Změnit číslo v poměru
  Změnit číslo **n** v poměru **a : b** znamená vynásobit toto číslo zlomkem **a/b**
  Když změníme číslo v poměru, jehož první člen je větší, tak se toto číslo zvětší.
  Když změníme číslo v poměru, jehož první člen je menší, tak se zoto číslo zmenší.
  Příklady: Změn číslo 5 v poměru 3:4 → 5 . ¾ = 15/4 = 3 ¾ = 3,75
  Změň číslo 5 v poměru 4 : 3 → 5 . 4/3 = 20/3 = 6 2/3 = 6,66
- Rozdělit číslo v poměru
  Máme-li rozdělit číslo **n** v poměru **a : b**, musíme nejprve spočítat 1 díl →
  1D = n : (a+b), poté spočítat čísla: **a.1D : b.1D**
  Příklad: Rozděl číslo 12 v poměru 1 : 2.
  1D = 12 : (1+2) = 4 → 1 . 4 : 2 . 4 = **4 : 8**

Postupný poměr

Postupným poměrem porovnáváme tři a více údajů. Početní postupy jsou stejné.

a : b : c = 3 : 5 : 7

Příklad: Rozděl číslo 30 v poměru 3:5:7.

1D = 30 : (3+5+7) = 2 → 3.2 : 5.2 : 7.2 = **6 : 10 : 14** ☺

Měřítko plánu a mapy

Měřítko na mapě 1 : 1 000 znamená, že např. 1 cm na mapě je 1 000 cm ve skutečnosti. (stejné jednotky !!!!)

3. Přímá a nepřímá úměrnost

Jestliže jsou dvě hodnoty natolik na sobě závislé, že změna jedné vyvolá změnu i u druhé, hovoříme o úměrnosti (říkáme, že jsou úměrné).

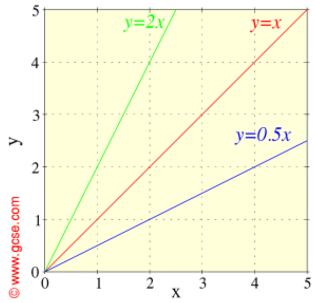
Přímá úměrnost

3 : 2

x	2	3
y	4	6

3 : 2

- Je taková závislost proměnné **y** na proměnné **x**, pro kterou platí
  - Kolikrát se zvětší hodnota **x**, tolikrát se zvětší hodnota **y**
  - Kolikrát se zmenší hodnota **x**, tolikrát se zmenší hodnota **y**
  - Hodnoty **y** a **x** se mění ve stejném poměru
  - Říkáme, že proměnná **y** je přímo úměrná proměnné **x**
- Grafem přímé úměrnosti je ***přímka*** (nebo její část, nebo izolované body, které leží v přímce).



  Přímou úměrnost lze vyjádřit zápisem $y = k \cdot x$
  - x → nezávisle proměnná
  - y → závisle proměnná (závisí na hodnotě x)
  - k → koeficient přímé úměrnosti
  - všechny body grafu leží na přímce, která prochází bodem [0;0] pravoúhlé soustavy souřadnic

- Trojčlenka
  Při řešení slovních úloh se často setkáváme s úměrou. Takovéto příklady se řeší takzvanou trojčlenkou – zápisem, kde se nejprve rozhodujeme, o kterou úměrnost jde.
  Příklad s komentářem: Automobil má spotřebu 6 litrů benzínu na 100 km. Jakou vzdálenost ujede na plnou nádrž (52 l)?

  Čím více benzínu mám, tím dále dojedu ☺!!! → přímá úměrnost

  Zápis: ↑ 6 l..............................100 km ↑ obě šipky vedou nahoru

  52 l...............................x km

  $x : 100 = 52 : 6 \rightarrow \frac{x}{100} = \frac{52}{6} \rightarrow x = 100 \cdot \frac{52}{6} \rightarrow x = 867$

  Automobil ujede na plnou nádrž 867 km.

Nepřímá úměrnost

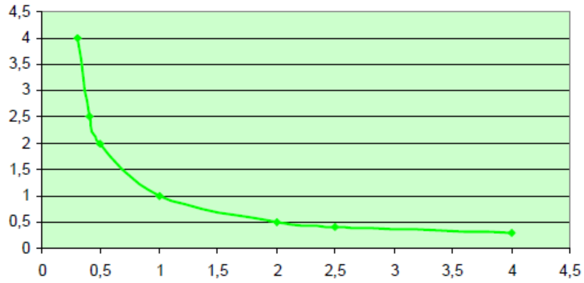
- Je taková závislost proměnné **y** na proměnné **x**, pro kterou platí
  - Kolikrát se zvětší hodnota **x**, tolikrát se zmenší hodnota **y**
  - Kolikrát se zmenší hodnota **x**, tolikrát se zvětší hodnota **y**
  - Hodnoty **y** a **x** se mění v převráceném poměru
  - Říkáme, že proměnná **y** je nepřímo úměrná proměnné **x**

- Grafem nepřímé úměrnosti je křivka, která se nazývá ***hyperbola*** (nebo její část, nebo izolované body, které leží na hyperbole).

  Nepřímou úměrnost lze vyjádřit zápisem $y = \frac{k}{x}$
  - x → nezávisle proměnná
  - y → závisle proměnná (závisí na hodnotě x)
  - k → koeficient nepřímé úměrnosti

- graf nepřímé úměrnosti y = 1/x pomocná tabulka:

x	0,3	0,4	0,5	1	2	2,5	4
y	4	2,5	2	1	0,5	0,4	0,3



➢ Trojčlenka

Při řešení slovních úloh se často setkáváme s úměrou. Takovéto příklady se řeší takzvanou trojčlenkou – zápisem, kde se nejprve rozhodujeme, o kterou úměrnost jde.

Příklad s komentářem: Do prázdného bazénu natéká voda rychlostí 3 hl za 1 minutu. Bazén bude plný za 5 hodin. Za jak dlouho se naplní, bude-li se napouštět větším čerpadlem (750 l/min)?

Čím větší čerpadlo, tím kratší doba napouštění ☺!!! → *nepřímá úměrnost*

Pozor na jednotky !!! → *3 hl = 300 l*

Zápis:

↓ 300 l za min ...... 5 h ↑ šipky vedou různě

750 l za min ...... x h

x : 5 = 300 : 750 → $\frac{x}{5} = \frac{300}{750}$ → $x = 5 \cdot \frac{300}{750}$ → x = 2

Bazén se naplní za 2 hodiny.

4. Procenta

Procenta nám umožňují vyjadřovat zlomky a desetinná čísla jako části celku o základu 100. „Per cent“ znamená „v každém stu“.

➢ ***Jedno procento***

Jedno procento chápeme jako jednu setinu (= 1/100 = 0,01) z celku. Celek nazýváme též základ (= 100 %).

Příklad: Urči nejprve jedno procento a poté 64 % z 500 Kč.

500 Kč je základ (= 100 %), je/li 1 % →1/100, pak 1% = 1/100 z 500 Kč

tedy $1\%\ z\ 500\ Kč = \frac{1}{100}\ z\ 500\ Kč = \frac{1}{100} . 500\ Kč = 5\ Kč$

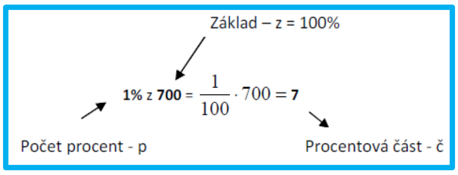
$$64\%\ z\ 500\ Kč = \frac{64}{100}\ z\ 500\ Kč = \frac{64}{100} . 500\ Kč = 320\ Kč$$

Je dobré si pamatovat, že:

$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\% \quad \frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\% \quad \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\% \quad \frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$$

Při řešení příkladů s procenty používáme toto označení a příklady počítáme třemi způsoby (***nezapomeň na odpověď – slovní úlohy!!!***):

- Přes jedno procento
- Trojčlenkou
- Pomocí vzorce



➢ *Výpočet procentové části*

Příklad: Prodavač nakoupil sportovní trička za 125 Kč a prodává je dál s 8% přirážkou. Za kolik Kč si ho koupíš?

VZOREC: $$\boxed{č = \frac{p.z}{100}}$$

Trojčlenkou

100% ....125 Kč
108% .... x Kč

$$108 : 100 = x : 125$$

$$\frac{108}{100} = \frac{x}{125}$$

$$x = \frac{108}{100} \cdot 125$$

$$x = 125 \cdot 1{,}08$$

$$x = 135 Kč$$

Sportovní tričko mě bude stát 135 Kč.

přes jedno procento

100% 125Kč
1% ....125 : 100 = 1,25 Kč
108% ....108 · 1,25 = 135 Kč

➢ *Výpočet základu*

Příklad: Na přípravu ořechové rolády potřebujeme 120 g ořechů. Kolik ořechů si musíme připravit, jestliže víme, že jádra tvoří 80% celkové hmotnosti. zbytek jsou skořápky?

VZOREC: $$\boxed{z = \frac{100.č}{p}}$$

Trojčlenkou

80% ....120 g
100%..................................x g

$$100 : 80 = x : 120$$

$$\frac{100}{80} = \frac{x}{120}$$

$$x = \frac{100}{80} \cdot 120$$

$$x = 150 g$$

Celkem si musíme připravit 150 g ořechů.

přes jedno procento

80% ....120 g
1% ....120 : 80 = 1,5
100% ....1,5 · 100 = 150 g

➢ *Výpočet počtu procent*

Příklad: Ze 35 členného týmu sportovců se stal kapitánem. Hugo, který získal 20 hlasů. Kolik to bylo procent?

VZOREC: $$\boxed{p = \frac{100.č}{z}}$$

Trojčlenkou

35 ....100%
20 ....x%

$$20 : 35 = x : 100$$

$$\frac{20}{35} = \frac{x}{100}$$

$$x = \frac{20}{35} \cdot 100$$

$$x = 57{,}14\%$$

přes jedno procento

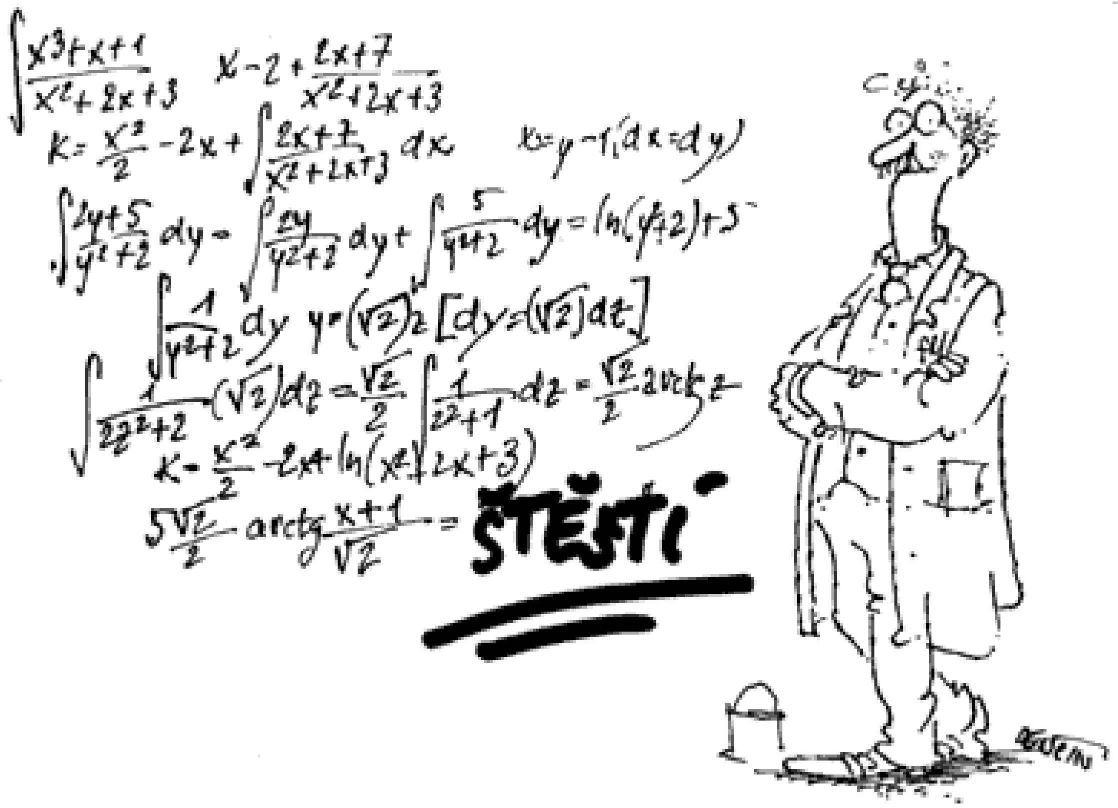
100% 35
1%..........................35 : 100 = 0,35
X% ....20 : 0,35 = 57,14%

Hugo získal 57,14 % hlasů.

- ***Promile***

  S promilemi počítáme jako s procenty. Jediný rozdíl je v tom, že 1 promile je jedna tisícina ze základu → $1‰ = \frac{1}{1000}\ ze\ základu$

  Jedna promile je jedna desetina procenta, jedno procento je 10 promilí.



A to je konec I.části !!!

II. GEOMETRIE

1. Konstrukce trojúhelníka

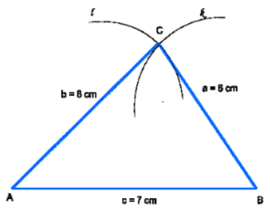
Konstrukce trojúhelníka podle věta SSS

Příklad: Sestroj trojúhelník ABC, je-li zadáno:
a = 6cm, b = 8cm, c = 7cm.

VĚTA sss
Dva trojúhelníky jsou shodné právě tehdy, když se shodují ve všech třech stranách.

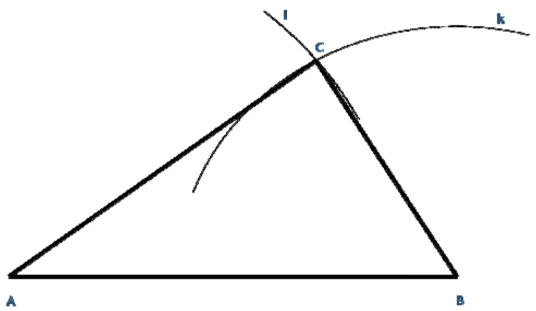
1.Rozbor:

a) náčrtek



b) zkouška
trojúhelníková nerovnost →
součet délek kratších stran musí být větší, než strana třetí
6 + 7 > 8
trojúhelník lze sestrojit

2. Konstrukce:



3. Popis konstrukce:

1) AB; |AB|=c=7 cm
2) k; k(B; a=6 cm)
3) l; l(A; b=8 cm)
4) C; C ∈ k ∩ l
5) Trojúhelník ABC

4. Ověření a diskuse

Trojúhelník vyhovuje zadání a úloha má jedno řešení v jedné polorovině.

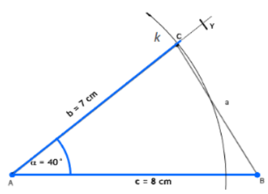
Konstrukce trojúhelníka podle věta SUS

Příklad: Sestroj trojúhelník ABC, je-li zadáno:
α = 40°, b = 7cm, c = 8cm.

VĚTA sus
Dva trojúhelníky jsou shodné právě tehdy, když se shodují ve dvou stranách a úhlu jimi sevřeném.

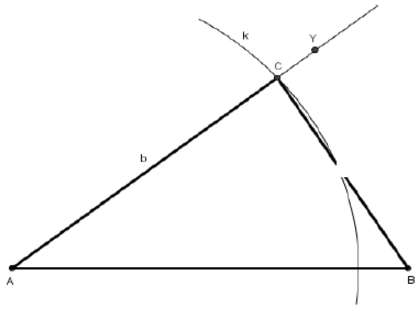
1.Rozbor:

a) náčrtek



b) zkouška
α < 180°
trojúhelník lze sestrojit

2. Konstrukce:



3. Popis konstrukce:

1) AB; |AB| = c = 8 cm
2) α; α = |∠YAB| = 40°; →AY
3) k; k(A; b = 7 cm)
4) C; C ∈ →AY ∩ k
5) Trojúhelník ABC

4. Ověření a diskuse

Trojúhelník vyhovuje zadání a úloha má jedno řešení v jedné polorovině.

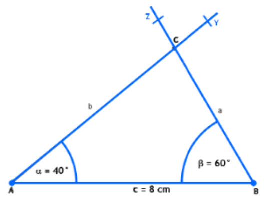
Konstrukce trojúhelníka podle věta USU

Příklad: Sestroj trojúhelník ABC, je-li zadáno:
α = 40°, β = 60°, c = 8cm.

VĚTA usu
Dva trojúhelníky jsou shodné právě tehdy, když se shodují v jedné straně a dvou úhlech k této straně přilehlých.

1.Rozbor:

a) náčrtek

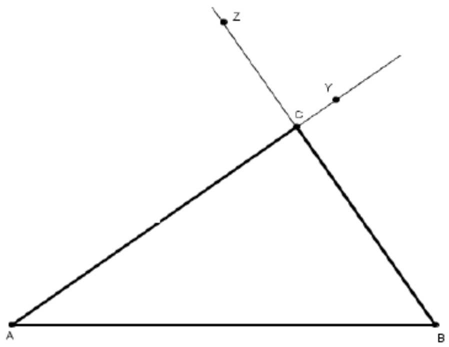


b) zkouška

α + β < 180°

trojúhelník lze sestrojit

2. Konstrukce:



3. Popis konstrukce:

1) AB; |AB| = c = 8 cm
2) α; α = |∠YAB| = 40°; →AY
3) β; β = |∠ABZ| = 60°; →BZ
4) C; C ∈ →AY ∩ →BZ
5) Trojúhelník ABC

4. Ověření a diskuse

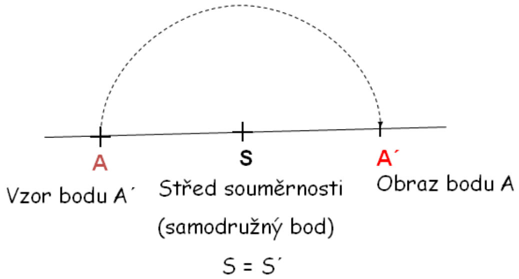
Trojúhelník vyhovuje zadání a úloha má jedno řešení v jedné polorovině.

2. Středová souměrnost

Pod pojmem zobrazení chápeme postupy, pomocí kterých vytváříme obraz libovolného daného útvaru. Shodným zobrazením rozumíme vytvoření „shodného obrazce“ = stejné kopie

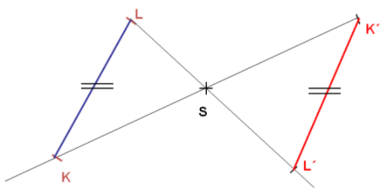
- Středová souměrnost je shodné zobrazení v rovině, které převádí vzory na obrazy. Překlopení vzoru probíhá přes jediný bod, který nazýváme *střed souměrnosti*.
- Středová souměrnost je dána středem souměrnosti a dvojicí odpovídajících si bodů. Jediným samodružným bodem je střed souměrnosti.
- Středová souměrnost zachovává rovnoběžnost, to znamená, že jakákoliv rovnoběžná úsečka vzoru je rovnoběžná se svým obrazem.
- Samodružné přímky jsou všechny přímky procházející středem souměrnosti.
- Samodružné kružnice jsou všechny kružnice, které mají střed ve středu souměrnosti.

Příklady: Ve středové souměrnosti se středem S sestroj obraz bodu A.

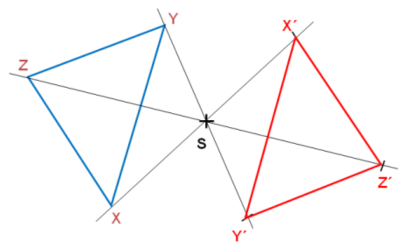


Bod S je středem úsečky *AA´.*
Body A a *A´* jsou souměrně sdružené dle bodu S.

Ve středové souměrnosti se středem S sestroj obraz úsečky KL.



Ve středové souměrnosti se středem S sestroj obraz Δ XYZ .



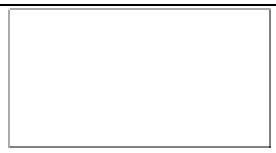
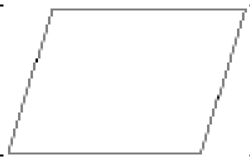
Zápis:
S(S): obrazec_1 → obrazec_2

Bod:	S(S): A → A´
Přímka:	S(S): ↔p → ↔ p´
Úsečka:	S(S): —AB → —A´B´
Trojúhelník:	S(S): △ ABC → △A´BĆ´

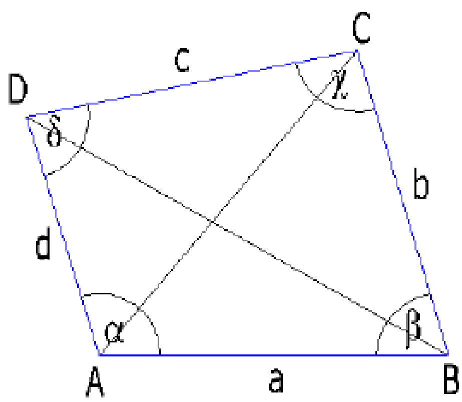
a tak podobně …….

Pro zápis shodnosti zobrazených útvarů se používá symbol ≅.

3. Čtyřúhelníky

ROVNOBĚŽNÍKY			
Čtverec	Obdélník	Kosočtverec	Kosodélník
			
Všechny strany jsou stejně dlouhé	*Sousední strany mají různé délky*	*Všechny strany jsou stejně dlouhé*	*Sousední strany mají různé délky*
Všechny vnitřní úhly jsou pravé (pravoúhelníky)		Žádný vnitřní úhel není pravý (kosoúhelníky)	
Úhlopříčky se navzájem půlí			
Úhlopříčky mají stejnou délku		Úhlopříčky nemají stejnou délku	
Úhlopříčky jsou k sobě kolmé	Úhlopříčky k sobě nejsou kolmé	Úhlopříčky jsou k sobě kolmé	Úhlopříčky k sobě nejsou kolmé
Úhlopříčky půlí vnitřní úhly	Úhlopříčky nepůlí vnitřní úhly	Úhlopříčky půlí vnitřní úhly	Úhlopříčky nepůlí vnitřní úhly
Středově souměrné útvary			
Osově souměrný *(čtyři osy souměrnosti)*	Osově souměrný *(dvě osy souměrnosti)*	Osově souměrný *(dvě osy souměrnosti)*	Není osově souměrný

Sousední vrcholy čtyřúhelníku: A a B, B a C, C a D, D a A
Protější vrcholy čtyřúhelníku: A a C, B a D
Sousední strany čtyřúhelníku: *a* a *b*, *b* a *c*, *c* a *d*, *d* a *a*
Protější strany čtyřúhelníku: *a* a *c*, *b* a *d*
Sousední úhly čtyřúhelníku: α a β, β a χ, χ a δ, δ a α
Protější úhly čtyřúhelníku: α a χ, β a δ
Úhlopříčky čtyřúhelníku: AC, BD

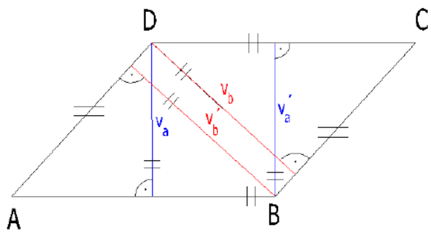


Rovnoběžník:

- Je čtyřúhelník, který má protější strany shodné a rovnoběžné.
- Každé dva protější vnitřní úhly rovnoběžníku jsou shodné.
- Součet velikostí vnitřních úhlů rovnoběžníku je 360°.
- Součet velikostí dvou sousedních vnitřních úhlu je 180°.

Výška rovnoběžníku:

- Výška rovnoběžníku udává vzdálenost rovnoběžek, na kterých leží protější strany. Existuje nekonečně mnoho výšek na stranu rovnoběžníku, všechny jsou rovnoběžné a stejně dlouhé.



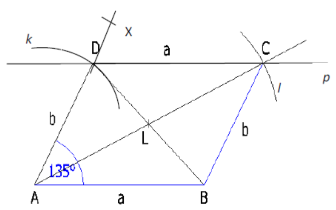
Konstrukce rovnoběžníku

Příklad: Sestroj rovnoběžník ABCD, je-li dáno:

A = 7cm, ∠ BAD = α = 40°, β = 60°, c = 8cm.

<u>*1.Rozbor:*</u>

a) náčrtek

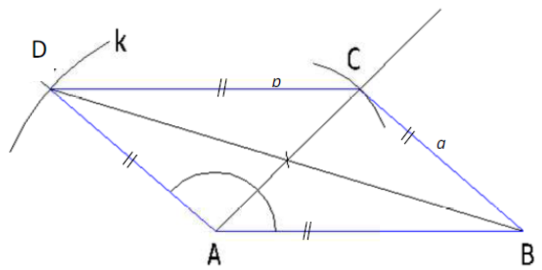


b) zkouška

úhel ∠ BAD = α < 180°

rovnoběžník lze sestrojit

<u>*2. Konstrukce:*</u>



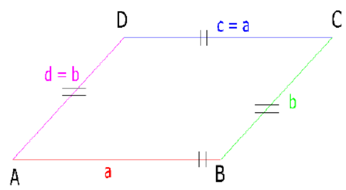
<u>*3. Popis konstrukce:*</u>

1) AB; |AB| = c = 8 cm
2) α; α = |∠YAB| = 40°; →AY
3) β; β = |∠ABZ| = 60°; →BZ
4) C; C ∈ →AY ∩ →BZ
5) Trojúhelník ABC

<u>*4. Ověření a diskuse*</u>

Čtyřúhelník vyhovuje zadání a úloha má jedno řešení v jedné polorovině.

Obvod rovnoběžníku:



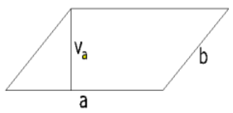
Obecně vypočítáme obvod n-úhelníku, když sečteme délky jeho stran. Pro rovnoběžník postupujeme následovně:

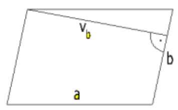
O = a + b + c + d

jestliže ale platí: a = c; b = d

pak O = a + b + a + b = 2.a + 2.b nebo lépe $O = 2.(a + b)$

Obsah rovnoběžníku:





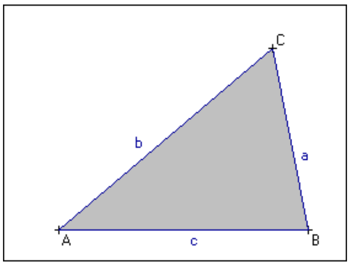
Obsah rovnoběžníku vypočítáme jako součin délky jedné strany a výšky k této straně:

$S = a \,.\, v_a$ nebo $S = b \,.\, v_b$

Obvod trojúhelníku:

Obdobně jako u rovnoběžníku při výpočtu obvodu sečteme délky všech tří stran:

$$O = a + b + c$$



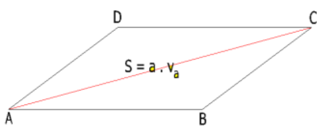
Jedná-li se o trojúhelník rovnoramenný se základnou **z** a rameny **r**, pak:

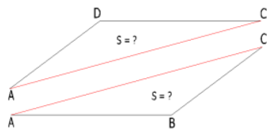
$$O = 2.r + z$$

V případě trojúhelníku rovnostranného je výpočet ještě jednodušší:

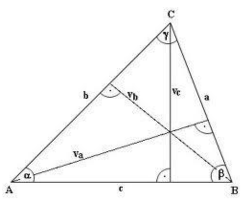
$$O = 3.a$$

Obsah trojúhelníku:





Obsah trojúhelníka vypočítáme jako polovinu obsahu rovnoběžníku ….

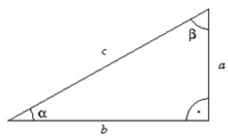


Neboli:
Obsah trojúhelníku se rovná polovině součinu délky jedné strany a výšky příslušné k této straně.

$$\boxed{S_{ABC} = \frac{a.v_a}{2} = \frac{b.v_b}{2} = \frac{c.v_c}{2}}$$

Obsah pravoúhlého trojúhelníku se rovná jedné polovině ze součinu délek jeho odvěsen:

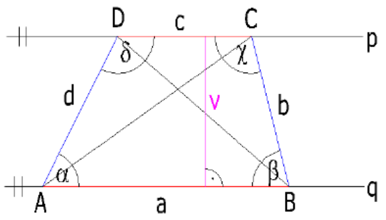
$$S = \frac{a\,.b}{2}$$



LICHOBĚŽNÍKY		
Obecný	Pravoúhlý	Rovnoramenný
Dvě protější strany jsou rovnoběžné, dvě různoběžné	Dvě protější strany jsou rovnoběžné, dvě různoběžné	Dvě protější strany jsou rovnoběžné, dvě různoběžné
Součet vnitřních úhlů je 360°	Součet vnitřních úhlů je 360°	Součet vnitřních úhlů je 360°
Nemá žádný vnitřní úhel pravý	Má dva vnitřní úhly pravé	Nemá žádný vnitřní úhel pravý
Vnitřní úhly při základnách nejsou shodné	Vnitřní úhly při základnách nejsou shodné	Vnitřní úhly při základnách jsou shodné
Není osové souměrný	Není osově souměrný	Je osově souměrný podle spojnice středů obou základen
Úhlopříčky nejsou shodné	Úhlopříčky nejsou shodné	Úhlopříčky jsou shodné

Lichoběžník:

Lichoběžník je čtyřúhelník, který má dvě protější strany rovnoběžné a zbývající strany jsou různoběžné.



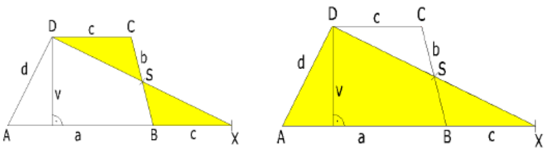
- A, B, C, D - vrcholy lichoběžníku
- a, b, c, d - strany lichoběžníku
- AB, CD - základny lichoběžníku (jsou rovnoběžné)
- BC, AD - ramena lichoběžníku (jsou různoběžné)
- v -výška rovnoběžníku (vzdálenost rovnoběžných přímek p, q)
- AC, BD - úhlopříčky lichoběžníku
- α, β, γ, δ- vnitřní úhly lichoběžníku

Obvod lichoběžníku:

Obvod lichoběžníku vypočítáme tak, že sečteme délky jeho stran:

$$O = a + b + c + d$$

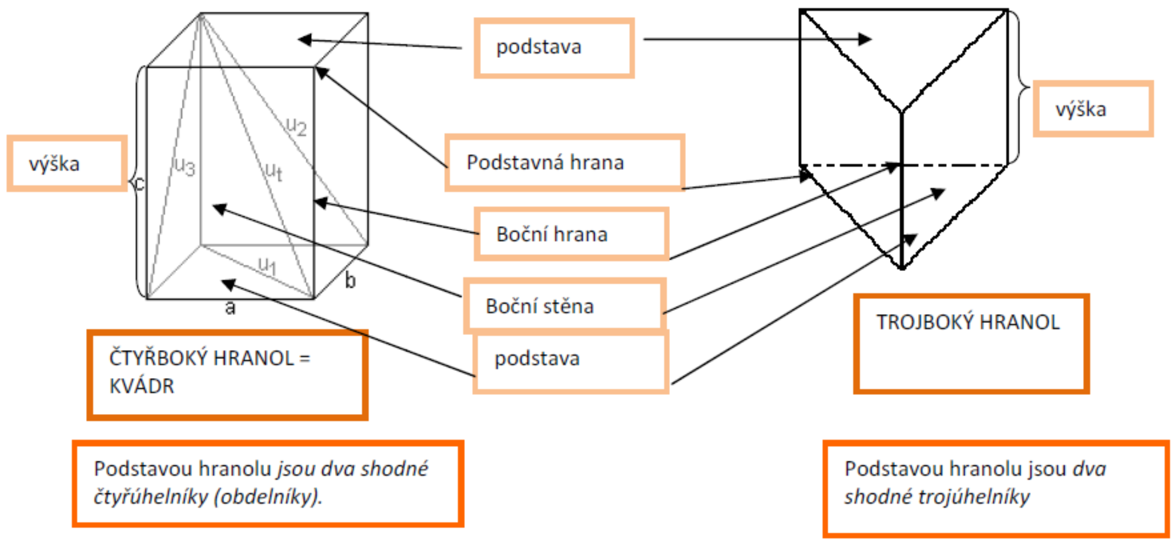
Obsah lichoběžníku:



Obsah lichoběžníku vypočítáme tak, že součet délek obou základen vynásobíme výškou a výsledek vydělíme dvěma:

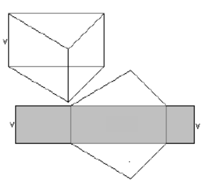
$$\boxed{S = \frac{(a+c)\cdot v}{2}}$$

4. Hranoly



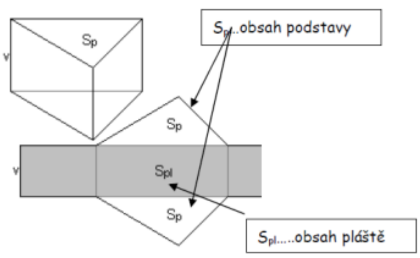
Hranol je těleso, jehož:

- Boční stěny jsou obdélníky nebo čtverce
- Podstavy jsou rovnoběžné, shodné n-úhelníky
- Výška je délka jeho boční hrany



Hranoly lze „rozložit“ do plochy – vytvořit tak zvanou ***síť hranolu***.

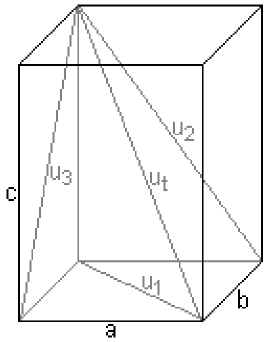
Povrch hranolu:



$$S = 2.S_p + S_{pl}$$

Rozvinutý plášť hranolu je obdélník nebo čtverec. Jeden jeho rozměr se rovná obvodu podstavy, druhý je roven výšce hranolu.

Objem hranolu:



$$V = \underbrace{a \cdot b}_{\text{Součin } a \cdot b \text{ je obsah podstavy}} \cdot c$$

c je výška kvádru

Vzorec objemu hranolu lze napsat

$$V = S_p \cdot v$$

Konec II. části